Koolwijk Cijfers +

actuariële factoren

Het programma is zo samengesteld, dat u de benodigde factoren die bij een actuariële berekening nodig zijn, snel en accuraat tot uw beschikking heeft.

Het programma is bedoeld voor de geschoolde actuariële rekenaar. Er wordt slechts zeer summier ingegaan op de betekenis van de factoren, daar deze bekend worden verondersteld.

BELANGRIJK

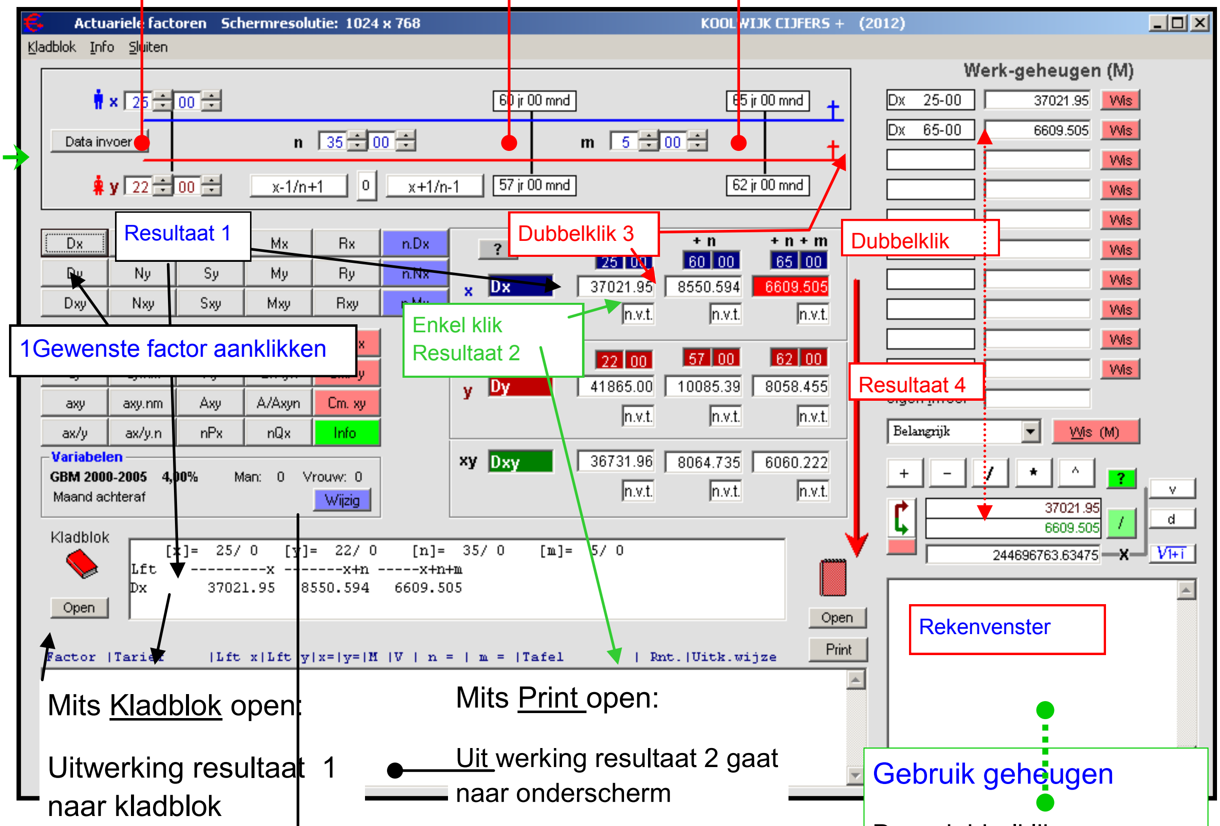
Als er sprake is van gebroken leeftijden en/of duren wordt lineair geïnterpoleerd. In een aantal gevallen is dat niet de meest zuivere benaderingswijze.

Wenst u zelf nauwkeuriger te interpoleren, dan wordt aangeraden om de factoren op hele jaren te laten uitwerken.
Indien u dan voor [n] en [m] 1 invoert, heeft u doorgaans voldoende gegevens om de bewerking uit te voeren.

Fractionele afwijkingen met de actuariële handboeken zijn mogelijk in verband met afrondingsverschillen.

Bij de eerste opening ziet u het volgende (standaard) computerscherm

Aanvangsleeftijd Tussen leeftijd Eind leeftijd
(kan ook via (geboorte) data invoer worden ingevoerd)

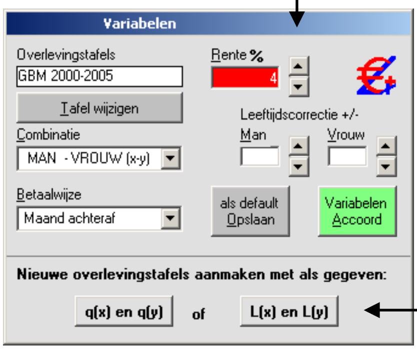


Gebruik geheugen

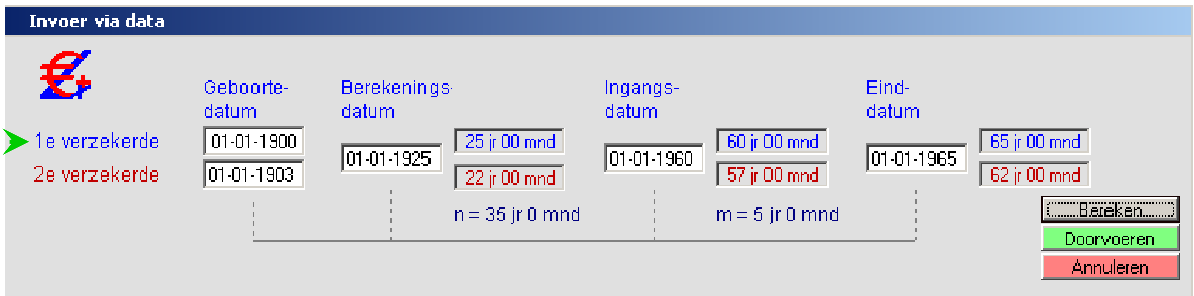
Door dubbelklik op gewenste factor wordt deze factor in het reken venster gezet.

Na nog een tweede factor aangeklikt te hebben kunt u er een eenvoudige berekening mee uitwerken.

Het resultaat wordt in het onderscherm geplaatst



Zelf invoeren van tafels



Actuariële formules.

Dit handboek is niet geschreven om te dienen als studieboek. De gebruiker wordt immers verondersteld min of meer actuarieel geschoold te zijn. Wel hebben wij getracht om op de volgende pagina's de meest gebruikte formules weer te geven. Daar waar nodig geacht, is enige toelichting gegeven.

Met behulp van de interestberekeningen wordt de aanvangs- of slotwaarde berekend van een kapitaal en/ of een reeks van betalingen.

Met de actuariële wiskunde wordt de aanvangswaarde (of contante waarde) berekend van een kapitaal en/ of een reeks van betalingen, waarbij elk (leeftijds)jaar dient te worden gewogen naar het aantal levenden of doden van dat jaar.

Anders gesteld; als de sterftetafel bij alle leeftijden een zelfde lx zou hebben dan zouden met behulp van uitsluitend de interesttafels, de berekeningen kunnen worden gemaakt.

Het interestprogramma geeft vele mogelijkheden om (onder anderen) met deze interest factoren te werken. Het actuariële programma gebruikt deze factoren, om te komen tot in geld waardeerbare kansovereenkomsten.

Een eenvoudig voorbeeld.

Stel 10.000 mannen van 55 jaar wensen over 10 jaar ieder de beschikking te hebben over een kapitaal, groot € 100.000 echter alléén indien zij dan in leven zijn.

Zij willen berekenen wat een ieder nu aan kapitaal moet storten om over 10 jaar de dan nog levende mannen € 100.000 te kunnen uitkeren.

Volgens de statistiek zullen er van de 10.000 mannen over 10 jaar nog 8.479 mannen in leven zijn. (GBM 76/80)
De kans van een 55 jarige man om 65 jaar te worden is dus 84,79%
Zou er over de storting géén rente worden bijgeschreven, dan is het voldoende als iedere man € 8.479 stort. (kans x kapitaal)

De verzekeraar ontvangt dan € 84.790.000 (10.000 mannen x € 8.479)
Zij betaalt na 10 jaar € 84.790.000 (€ 10.000 x 8.479 mannen)

Wordt er wèl rente over de storting vergoed, dan dient er slechts te worden gestort:
€ 8.479 x A_{10} bij een rente van 4% = € 5.728
In formule kapitaal x An x kans
In bedragen € 10.000 x 0.6756 x 0,8479 = € 5.728

Het actuariële programma geeft u direct de factor An x kans. (nE_x) = 0,5728

De basis

Onder l_x verstaan wij het aantal personen van de leeftijd x die op deze leeftijd in leven zijn, onder l_{x+1} het aantal personen dat een jaar later (nog) niet is overleden.

De kans dat een persoon van de leeftijd x één jaar ouder wordt is dus l_{x+1} / l_x
$px = l_{x+1} / l_x$

De kans dat deze persoon 10 jaar ouder wordt:
${}_{10}P_x = l_{x+10} / l_x$ (let op, de p is P geworden!)

Meer algemeen: de kans dat deze persoon n jaar ouder wordt:

${}_nP_x = l_{x+n} / l_x$

Er bestaat natuurlijk ook de kans, dat de persoon overlijdt.

Statistisch overlijden in het jaar x: $l_x - l_{x+1}$ personen.
We omschrijven dit als d_x
$d_x = l_x - l_{x+1}$

De kans dat een persoon van de leeftijd x binnen 1 jaar komt te overlijden is dus

d_x / l_x We noemen dit q_x
$q_x = d_x / l_x$

Omdat een persoon óf in leven is na een jaar óf is overleden (een andere mogelijk is er statistisch nog niet) kunnen wij q_x ook omschrijven als $1 - p_x$.

spelen:

$q_x = 1 - p_x$
$q_x = 1 - l_{x+1} / l_x$
$q_x = l_x / l_x - l_{x+1} / l_x$
$q_x = (l_x - l_{x+1}) / l_x$

$q_x = d_x / l_x$

De kans, dat een persoon van de leeftijd x binnen n jaar overlijdt is gelijk aan: $(l_{x+n} - l_x) / l_x$
Wij schrijven dit als ${}_nQ_x$
of ${}_nQ_q = 1 - {}_nP_x$

De kansen van het in leven zijn of overleden zijn in een bepaald jaar na het bereiken van de leeftijd x is nu niet lastig meer te bepalen.

De kans , dat een x jarige na n jaar nog in leven is, is:
nPx = lx+n / lx

De kans dat hij in het $(n+1)^e$ jaar overlijdt is gelijk aan:
n/qx = dx+n/lx

Immers het aantal overlijdensgevallen in het jaar n+1 is:
dx+n = lx+n+1 - lx+n

Anders omschreven: de kans om in het n+1 e jaar te overlijden is hetzelfde als de kans, dat een x jarige wel de $(x+n)^e$ leeftijd bereikt, doch niet de $(x+n+1)^e$ leeftijd.

We vinden zodoende ${}_n/q_x = {}_nP_x - {}_{n-1}P_x$

De kans dat de x jarige binnen x jaar overlijdt is: ${}_nQ_x$ = (lx - lx+n)/ lx
of anders geschreven ${}_nQ_x = 1 - {}_nP_x$

Gemiddelde levensduur:

De tabel lx geeft informatie over hoelang een x jarige gemiddeld nog te leven heeft.
Nemen wij aan, dat de sterftegevallen aan het begin van de jaren plaatsvinden, dan is de gemiddelde levenduur van een x jarige

$e_x = \Sigma\ {}_tP_x$

De t varieert van 1 tot het einde van de sterftetafel.
(Dus lx+1 + lx+2 + lx+3 ...... + lw)
w is de laatste leeftijd van de sterftetafel.

Als we veronderstellen, dat de sterfte aan het einde van de waarnemingsjaren zal plaatsvinden wordt de gemiddelde levensduur van een x jarige een jaar langer.

De gemiddelde levensduur e_x is nu e_{x+1}

De sterfte wordt echter verondersteld geleidelijk over een jaar te zijn verdeeld. Als complete gemiddelde levensduur wordt derhalve aangenomen:

$(½e_x + (½e_{x+1}))$
Hetgeen we schrijven als: $\breve{e}_x$

De waarschijnlijke levensduur van een x jarige kunnen wij vinden door de kolom lx te halveren en het aldus gevonden getal in dezelfde kolom op te zoeken.
Daar waar we het gevonden getal (bij lx+n) tegenkomen staat n voor de waarschijnlijke levensduur van de nu x jarige.

Het zal duidelijk zijn dat dit veel rekenwerk zal opleveren.
Voor de gebruiker van dit programma niet relevant, omdat het programma alle combinaties kan uitwerken. Blijft over de als het ware gladgestreken grootheden.

Daardoor wordt voorkomen, dat tarieven een grillig verloop kunnen krijgen.
Het gebruik van de op deze wijze afgeronde sterftetafel is ook van belang om aansluiting te vinden bij de gebruikelijke tariefsberekeningen.
De tafels vóór 1980 hebben een waarnemingperiode van telkens vijf volle jaren.
Vanaf 1980 telkens 2 kalenderjaren. De sterftetafel 80/85 strekt zich daarom uit over zes kalenderjaren.
In het programma wordt de lx niet apart vermeld. Indien nodig, kan de lx gevonden worden door als rekenrente 0 in te voeren.
De lx is gelijk aan 100 x Dx. Uiteraard geldt hetzelfde voor de ly. De lxy vinden wij door de Dxy te vermenigvuldigen met 10^9

Commutatiegetallen

Commutatiegetallen der levenden:

Dx = v^x.lx/100
gedisconteerd aantal levenden.
Nx = ∑ Dx
sommatie Dx tot en met de hoogste leeftijd.
Sx = ∑Nx
sommatie Nx tot en met de hoogste leeftijd.

Commutatiegetallen der doden:

Cx = v^{x+1}dx = vDx - Dx+1

gedisconteerd aantal doden
Mx = ∑ Cx = Dx – d.Nx
Rx = ∑ Mx = Nx – d.Sx
Indien uitkering direct bij overlijden geschiedt dan:
Mx(direct) = Mx $(1+i)^{½}$
Rx(direct) = Rx $(1+i)^{½}$

d = (1-i) of d = (1- A[n])

Dx : het gedisconteerd aantal levenden.

lx lx+n
|——————————————————————|
Dx Dx+n

v = 1/(1+i) v^x.lx = Dx v^(x+n).lx+n = Dx+n

Om praktische redenen, wordt na berekening, de Dx gedeeld door 100,
en de Dxy door 10^9 (anders worden de getallen astronomisch)

Stellen wij de rente (i) op 0, dan is lx = Dx * 100
en lx.ly = Dxy * 1.000.000.000

*) v^x staat voor v tot de macht x
v^n wordt in de interest berekeningen omschreven als An

nEx = Dx+n / Dx = v^(x+n).lx+n / v^x.lx = v^n.lx+n / lx

nEx = An. lx+n / lx

Dxy = ly.Dx = v^x.ly.lx nExy = An.lx+n.ly+n / lx.ly

Nx = Dx + Dx+1 + Dx+2 + Dx+2 ....+ Dw *)

Anders geschreven $Nx = \Sigma Dx$ ($Nxy = \Sigma Dxy$)

Toepassingen

> Praenumerando levenslange uitkering van een lijfrente.

Dx Dx+1 Dx+2 - - etc. t.m. - - - - - - - -> Dw

|——————————————————————-|

$ax = \Sigma nEx = \Sigma Dx / Dx = Nx / Dx$

> Praenumerando tijdelijke uitkering van een lijfrente.

Dx Dx+1 Dx+2 - - etc. t.m. - - - - - - - -> Dx+n

+---------------- - - - - - - - - - - - - - ---------¦

$axn = (\Sigma Dx - \Sigma Dx{+}n) / Dx = (Nx - Nx{+}n) / Dx$

*) w staat voor de laatste waarneming in de sterftetafel

Sx = Nx + Nx+1 + Nx+2 + Nx+2 ....+ Nw *) (= ΣNx)

Toepassingen:

> Praenumerando KLIMMENDE levenslange lijfrente.

Aanvang 1, jaarlijks klimmend met 1

Dx 2.Dx+1 3.Dx+2 4.Dx+3 - - etc. t.m. - - -> w-x+1.Dw

|——————————————————————————-|

$(Ia)x = \Sigma Nx / Dx = Sx / Dx$

> Praenumerando TIJDELIJK klimmende levenslange lijfrente.

Dx 2.Dx+1 3.Dx+2 4.Dx+3 - - etc. t.m. - - -> n+1.Dx+n

|——————————————————————————|

$(In.a)x = (\Sigma Nx - \Sigma Nx{+}n) / Dx = (Sx - Sx{+}n) / Dx$

> Praenumerando tijdelijk klimmende lijfrente.

$(Ia)xn = (Sx - Sx{+}n{+}1 - n.Nx{+}n{+}1) / Dx$

> Praenumerando tijdelijk dalende lijfrente.

$(Da)xn = N.nX - (Sx{+}1 - Sx{+}n{+}1) / Dx$

*) w staat voor de laatste waarneming in de sterftetafel

Mx = Cx + Cx+1 + Cx+2 - - - - t/m hoogste leeftijd. (= ΣCx)

Toepassingen :

> Levenslange verzekering van kapitaal bij overlijden.

Ax = Mx / Dx

> Tijdelijke verzekering van kapitaal bij overlijden.

Ax!n = (Mx - Mx+n) / Dx

> Gemengde verzekering

Axn = (Mx - Mx+n + Dx+n) / Dx

toelichting :

dx = lx - lx+1 (aantal doden van de leeftijd x)

Cx = v^(x+1).dx (gedisconteerd aantal doden)

= v^(x+1).(lx -lx+1)

Rx = Mx + Mx+1 + Mx+2 - - - t/m hoogste leeftijd. (= ΣMx)

Toepassingen :

> Regelmatig klimmende, levenslange verzekering bij overlijden:

(IA)x = Rx / Dx

> Tijdelijke klimmende, levenslange verzekering bij overlijden:

(InA)x = (Rx - Rx+n) / Dx

> Tijdelijk klimmende, tijdelijke verzekering bij overlijden:

(IA)x!n = (Rx - Rx+n - n.Mx+n) / Dx

toelichting :

Zie ook Mx

Commutatie- tekens

Afgedrukt worden de factoren :

Dx Nx Sx Mx Rx Ax en äx (of Dy resp. Dxy etc.)

Leeftijden 1 t/ m 100

aantal bladen : 3 per uitdraai

Dadelijk ingaande , levenslange lijfrente .

äx = Nx / Dx (praenumerando)
ax = Nx+1 / Dx (postnumerando)
ax = äx - 1

Uitgestelde levenslange lijfrente

Oudedagspensioen koopsom n¦äx ¦ n jaar ¦ Premie n¦äx / äxn

Lijfrente in termijnen

Aantal termijnen per jaar = p
äx(p) = äx - (p - 1) / 2p
stel p = 12 (maand) :
äx(p) = äx - (11/24) = äx - .45833
ax(p) = äx - (p + 1) / 2p = äx - (13/24) = äx -.541667
Aantal termijnen per jaar oneindig (continu)
ä = äx - 0,5

Complete lijfrente

Is relevant bij uitkeringen postnumerando. (achteraf)
Na het overlijden wordt alsnog de (gebroken) termijn tot en met het overlijdenstijdstip uitgekeerd.
åx = ax + ½Ax = (1-½d)äx - ½
åxn = axn + ½Ax!n

Overlevingsrente, die ingaat bij het overlijden van x,

uit te keren zolang y leeft.
ax/y = ay - axy = (äy - äxy)

Wederijdse overlevingsrente

na overlijden van de eerststervende t.b.v. de langstlevende.
ax - ay - 2axy

Verbindingsrente

Rente die voor z% overgaat op de langstlevende:

axy + z.(ax + ay - 2.axy)
of: z.ax + z.ay - 2.z.axy + axy
of: z.ax + z.ay - (2.z - 1).axy

Gelijkmatig dalende tijdelijke lijfrente.

Praenumerando : (Dä)xn = (nNx - (Sx+1 - Sx+n+1)) / Dx
Postnumerando : (Da)xn = (nNx+1 - (Sx+2 - Sx+n+2)) / Dx

Tijdelijk klimmende, levenslange lijfrente :

(Imä)x = (Sx - Sx+m) / Dx

Klimmende,tijdelijke lijfrente
Postnumerando : (Iä)xn = (Sx - Sx+n - n.Nx+n) / Dx
Praenumerando : (Ia)xn = (Sx+1 - Sx+n+1 - n.Nx+n+1) / Dx

Bovenstaande lijfrenten beginnen met 1 en worden jaarlijks met 1 verhoogd.

Gelijkmatig klimmende levenslange lijfrente

Praenumerando : (Iä)x = Sx / Dx
Postnumerando : (Ia)x = Sx+1 / Dx
Tijdelijk klimmende, levenslange lijfrente :
(Imä)x = (Sx - Sx+m) / Dx

Klimmende,tijdelijke lijfrente
Postnumerando : (Iä)xn = (Sx - Sx+n - n.Nx+n) / Dx
Praenumerando : (Ia)xn = (Sx+1 - Sx+n+1 - n.Nx+n+1) / Dx
Bovenstaande lijfrenten beginnen met 1 en worden jaarlijks met 1 verhoogd.

Bij een PROCENTUELE samengestelde stijging per jaar

Dienen we een herleidings-rente te berekenen.

Herleidingsrente i = (r+k) / (1+k))
waarbij k = jaarlijkse procentuele stijging
en r = rekenrente
Indien rekenrente 0 en de stijging 4 dan dus 4% als rekenrente invoeren

Toelichting

Normaal : äx = Σ(1+r)^-n . nPx (n = 0 tot w)

Stijgende äx = Σ(1+k)^n . (1+r)^-n . nPx

= Σ((1+k)/(1+r)) ^ n . nPx

Stel 1 / (1+i) = (1+k)/(1+r) => i = (r-k) / (1+k)

Bij postnumerando : de factor met 1/(1+k) vermenigvuldigen !

Anders gaat de daling/stijging een jaar te vroeg in !

Kapitaalverzekeringen

Regelmatig DALENDE tijdelijke verzekering bij overlijden.

(DA)x!n = { n.Cx + (n-1).Cx+1 + (n-2) .Cx+2 + ...Cx+n-1 } / Dx

Uigeschreven:
Cx + Cx+1 + Cx+2 .... Cx+n-1 = Mx — Mx+n
Cx + Cx+1 + Cx+2 .... Cx+n-2 = Mx — Mx+n-1
Cx + Cx+1 + Cx+2 .... Cx+n-3 = Mx — Mx+n-2
/////////////// ////////
Cx + Cx+1 Mx — Mx+2

Cx Mx — Mx+1
n.Mx = ——————
Rx = ΣMx Rx+1 — Rx+n+1

(DA)x!n = { n.Mx - (Rx+1 - Rx+n+1) } / Dx

maar ook : v(Dä)xn - (Da)xn

Immers : Mx = vNx - Nx+1
en : Rx+1 = vSx+1 - Sx+2 en Rx+n+1= vSx+n+1 - Sx+n+2

Regelmatig klimmende verzekering bij overlijden.

Kapitaal bij overlijden in eerste jaar 1, in het tweede jaar 2,
in het m-e jaar m etc.
(IA)x = (Rx) / Dx

Regelmatig tijdelijk klimmende, levenslange verzekering bij overlijden.
(InA)x = (Rx - Rx+n) / Dx

Regelmatig klimmende, tijdelijke verzekering bij overlijden.
(IA)x!n = (Rx - Rx+n - n.Mx+n) / Dx

Klimmende GEMENGDE verzekering.
(IA)xn = (Rx - Rx+n - n.Mx+n + n.Dx+n) / Dx

Procentueel stijgende verzekering.
bij k% stijging in de uitkering in het m-e jaar (1+r)^m
Kps = { (1+k).Cx + (1+k)^2.Cx+1 + (1+k).Cx+2 ....(1+k)^n.Cx+n-1 } / Dx

Indien k = rekenrente wordt het eenvoudiger.
Kps = 1 - nPx = nQx !

Compagnons verzekeringen

Uitkering van een kapitaal groot 1 na n jaar.

>indien alsdan y in leven is, doch x is overleden.
Kps = nEy - nExy

>idem, indien alsdan x en/of y in leven is.
Kps = nEx + nEy - nExy

>idem, indien x en y beiden zijn overleden.
Kps = An - (nEx + nEy - n.Exy)

Uitkering van een kapitaal groot 1 bij overlijden.
>bij overlijden van de eerststervende van x en y
levenslang : Kps = Axy   tijdelijk : Axy!n
>idem, bij overlijden langstlevende van x en y
levenslang : Kps = Ax + Ay - Axy

Uitkering van een kapitaal groot 1
>direkt bij overlijden van de eerststervende van x en y binnen n jaar,
> dan wel bij leven zijn van beiden na n jaar.
(Gemengde compagnonsverzekering).
Kps = Axyn

Uitkering onmiddelijk bij overlijden.

Doorgaans is het verzekerd kapitaal direct na overlijden opeisbaar.
De tarieven gaan echter uit van een situatie aan het einde van een verzekeringsjaar. (aantal levenden/ overledenen in jaar n.)

Bij uitkeringen direct bij overlijden nemen we aan, dat de sterfte gemiddeld een half jaar eerder plaats vind dan bij de formules is verondersteld.

De contantewaarde wordt dus een halfjaar naar voren getrokken.
Stel rekenrente = r
Normaal : Ax = Mx / Dx   Direct Ax = √(1+r).Mx/Dx = Ax.(1+r)^.5
Dikwijls wordt in plaats van √(1+r), (1+½r) gebruikt.

Cx   direct = √ (1+r).Cx
Mx   direct = √ (1+r).Mx
Ax   direct = √ (1+r).Ax
Ax!n   direct = √ (1+r).Ax!n
(IA)x!n direct = √ (1+r).(IA)x!n
Axn   direct = √ (1+r).Ax!n + nEx
(IA)xn   direct = √ (1+r).(IA)xn + n.nEx

Uiteraard blijft een uitkering bij leven altijd gelijk.

Netto premie

Een verzekering kan worden aangegaan door het betalen van een koopsom, of door het betalen van een premie.
Zo een premie wordt doorgaans voldaan tot een einddatum of tot eerder overlijden van de verzekerde.
De premie is dus als het ware een aan de verzekeraar te betalen lijfrente.

Uitgangspunt : Contante waarde van de netto premies dient gelijk te zijn aan netto koopsom van de betreffende verzekering.

Stel ä = netto koopsom van een lijfrente.
Pn = netto premie.
A = netto koopsom voor de betreffende verzekering

Dus : Pn. = A / ä en ä . Pn = A

Verzekering	A =	Duur premie	ä =	Pn =
Gemengde verzekering	Axn	n jaar	äxn	Axn / äxn
Begrafenis verzekering	Ax	levenslang	äx	Ax / äx

Bruto jaarpremie.

Uitgangspunt : contantewaarde Pb = A + Contantewaarde onkosten
Waarbij : Pb = bruto premie A = netto koopsom.

Eerste kosten.	Doorlopende kosten.
afsluitprovisie	incasso
	excasso
keuring	administratie
polis opmaak	premievrijstelling bij invaliditeit

Ruwweg onder te verdelen in een opslag op de netto-premie
En/of bruto-premie
Contantewaarde baten = Bruto premie x äxn
Contantewaarde lasten = Netto koopsom + opslagen netto premie + oplagen bruto premie
Algemene formule:
Netto Premie = Koopsom / äxn
Bruto premie = Netto premie x (1 + Netto premie opslagen) / (1+ Bruto premie opslagen)

INTERPOLEREN

Alle factoren worden in dit programma lineair geïnterpoleerd. Deze methode van benadering is echter niet altijd geoorloofd. U dient zelf te beoordelen, of u direct gebruik zal maken van de berekende cijfers of de interpolatie zelf wilt uitvoeren.

De benodigde cijfers op de peildata kunt u eenvoudig opvragen door zowel bij de [n] als [m] een 1 in te voeren.

Interpolatie methoden :
1) Lineair
2) Samot lineair
3) Meetkundig
4) Alternatief

Lineair:

De voorwaarde is , dat de te interpoleren reeks met gelijke verschillen toenemen (afnemen)

algemeen trm	algemeen getal	voorbeeld trm	voorbeeld getal		Berekenen van de waarde Un,m behorende bij de term Tn,m
Tn	Un	lft	A	B	m =(Tn - Tn,m)/(Tn -Tn+1)
T1	U1	25	300	600	Un,m = Un + (Un+1 - Un) x m
T2	U2	26	400	500	voorbeeld term = 26,75
T3	U3	27	500	400	A26,75 = 400+(500-400) x 0,75 = 475
T4	U4	28	600	300	B26,75 = 500+(400-500) x 0,75 = 425

Toelichting m :
m = (Tn - Tn,m)/(Tn - Tn+1)
m = (26 - 26,75)/(26 - 27) = 0,75
Dikwijls wordt er geïnterpoleerd in maanden.
stel 26 jaar en 4 maanden.
Tn,m wordt dan : 26 + 4/12 = 26,3333
m = (26 - 26,3333)/(26 - 27) = 0,3333

Interpolatie volgens Samot

D.J.A. Samot heeft een verfijning op de lineaire interpolatiemethode aangebracht.
De waarden worden eerst vermenigvuldigd met de restduur.
Voorbeeld P(3) = : 274650 x 3 = 823950
P(2) = : 432900 x 2 = 865800
Gevraagde duur : 2 jaar en 8 maanden
Tussen deze bedragen wordt op de duur (2 jr en 8 mnd) geïnterpoleerd :
823950 + (865800 - 823950) x 0,66666 = 851850
En vervolgens teruggebracht naar de duur van 2 jaar en 8 maanden:
851850 / 2,666666 = 319451

Meetkundig interpoleren

De voorwaarde is , dat de te interpoleren reeks wordt gevonden door de voorgaande waarde met een vaste (positieve) factor te vermenigvuldigen.

(factor 1,5 A en 0,90 B) Tn,m = 26,75 = 26 jr. 9 mnd

algemeen trm	algemeen getal	voorbeeld trm	voorbeeld getal		Berekenen van de waarde un,m behorende bij de term Tn,m
Tn	Un	lft	A	B	m =(Tn - Tn,m)/(Tn -Tn+1)
T1	U1	25	1000	1000	Un,m = Un x (Un+1 / Un) x m
T2	U2	26	1500	900	voorbeeld term = 26,75
T3	U3	27	2250	810	A26,75=1500x(2250/1500)x0,75 =2033
T4	U4	28	3375	729	B26,75 = 900x(810/900)x0,75 = 832

Toelichting m :
m = (Tn - Tn,m)/(Tn - Tn+1) m = (26 - 26,75)/(26 - 27) = 0,75

Alternatieve interpolatie methode

Beschouwen wij de koopsommen en premie's als normale financiële verplichtingen, die op vaste tijden moeten worden voldaan, kan een andere benaderingsmethode worden gebruikt om de tussen-liggende waarden te berekenen.

We bezien het volgende schema :

```
                                                     +------------+
                                                     ¦Doelvermogen¦
                                                     +------------+
    t *  t *  t *  t *                     t *  t *  t *   ¦
    +----+----+----+-----\= = = = = = \-----+----+----+----+
    1    2    3    4                     n-2  n-1   n

  De premie's/koopsom (t) dient te worden voldaan op de vervaldag :
    1  , 2  , 3  , t/m     n         ( of 1 bij  koopsom)
```

Stel dat de vervaldagen op de tijdstippen * vallen.
De * betalingen geschieden dan te laat.(b.v. 4 maanden)
De consequentie van dit te laat betalen kan worden uitgedrukt in een opslag, ter grootte van het berekende renteverlies.: * = t x (1+i)^(4/12) (sterfte verwaarloosd)

Interpolatie van tarieven in dit programma.

Bij zowel gebroken leeftijden als gebroken duren waarbij een zuivere uitkomst wordt gewenst, zult u zelf de door u gewenst interpolatie methoden moeten gebruiken.

Bij axn kan zowel de leeftijd als de duur gebroken zijn.
De laatste termijn is dan een gebroken termijn. (of de eerste)
Met het programma kunt u snel de vereiste factoren opvragen.
Stel dan de n en de m op 1.

PAS OP !
Bijvoorbeeld :
Een lineair geïnterpoleerde ax is <u>niet</u> gelijk aan de geïnterpoleerde bestanddelen (Nx en Dx) !
Wel aan lineair geïnterpoleerd tussen ax en ax+1

Raadpleeg uw actuarieel hand/lesboek !

Sterftetafels, (vanaf 1985 ook wel overlevingstafels genoemd)

De basis gegevens voor de sterftetafel wordt in Nederland geleverd door het Centraal Bureau voor de Statistiek. (C.B.S.).

Er bestaan uiteraard ook andere waarnemingen. Het programma gebruikt de tabellen die geconstrueerd zijn uit de waarnemingen van de Gehele Bevolking Mannen en Vrouwen (afgekort GBM en GBV) die voor praktische aanwending zijn afgerond door het Actuarieel Genootschap.
(afronding met behulp van de Makeham - formule)

De tafels vóór 1980 hebben een waarnemingperiode van telkens vijf volle jaren.
Vanaf 1980 telkens 2 kalenderjaren.
De sterftetafel 80/85 en 85/90 strekt zich daarom uit over zes kalenderjaren.

In het programma wordt de lx niet apart vermeld. Indien gewenst, kan de lx gevonden worden door als rekenrente 0 in te voeren.

De lx is gelijk aan : 100.Dx

De lxy vinden wij door de Dxy te vermenigvuldigen met 10^9

Ondanks uiterste zorgvuldigheid en controles, is het niet mogelijk om garanties te geven over de foutloosheid van alle tabellen. Vindt u een hinderlijke onvolkomenheid, dan stellen wij het op prijs dat van u te vernemen. Wij zullen dan zo veel mogelijk zorgdragen voor correctie.